

Аннотация дисциплины Б.1.1.9 Дисциплина. Математика

Дисциплина "Математика" изучается обучающимися по основной профессиональной образовательной программе "Инженерные системы водоснабжения и водоотведения" направления подготовки "20.03.02 Природообустройство и водопользование".

Дисциплина изучается в 1, 2, 3 семестре. Общая трудоемкость дисциплины составляет 432/12 часов/з.ед. Самостоятельная работа заключается в выполнении работ, указанных в разделе 4.

В ходе изучения дисциплины осуществляется текущий контроль в форме технологии рейтингового контроля в соответствии с технологической карты дисциплины, размещенной на электронном курсе, а также промежуточный контроль в форме зачет, экзамен.

Целью изучения дисциплины является формирование следующих компетенций:

1. ОПК-2 Способен принимать участие в научно-исследовательской деятельности на основе использования естественнонаучных и технических наук, учета требований экологической и производственной безопасности
2. УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

В ходе изучения дисциплины последовательно рассматриваются темы:

1. Лекция №1. Введение в курс математики. Понятие матрицы. Квадратные матрицы. Определители 2-го и 3-го порядка. Миноры. Алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам первой строки. Определители n-го порядка. Основные свойства определителей. Теорема о разложении определителя по элементам произвольного ряда. Теорема об аннулировании определителя.
2. Лекция № 2. Матрица, ее размер. Квадратная матрица, основные понятия (порядок, единичная матрица, невырожденная, треугольная). Равенство матриц, сложение матриц, свойства. Умножение матрицы на число, свойства. Произведение матриц, свойства. Обратная матрица, теорема существования, теорема единственности.
3. Лекция № 3. Система линейных уравнений, основные понятия (решение, совместные, несовместные, определенные, неопределенные, однородные, неоднородные). Матричная запись и решение в матричной форме систем линейных уравнений. Правило Крамера, теорема Крамера. Условие существования нетривиального решения однородной системы. Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса.
4. Лекция № 4. Скалярные и векторные физические величины (скорость, ускорение). Векторы, основные понятия. Равенство векторов. Линейные операции с векторами, свойства. Орт вектора. Теорема (признак коллинеарности векторов в геометрической форме). Проекция точки, вектора на ось. Составляющая вектора. Свойства проекций.
5. Лекция № 5. Прямоугольная система координат. Координаты точки и вектора. Для векторов, заданных своими координатами: условие равенства, линейные операции, признак коллинеарности. Скалярное произведение, его свойства, запись в координатной форме, механический смысл.
6. Лекция № 6. Векторное произведение, его свойства, запись в координатной форме, механический смысл. Смешанное произведение, его свойства, запись в координатной форме, геометрический смысл.
7. Лекция №7. Предмет аналитической геометрии. Линии на плоскости и их уравнения. Две основные задачи аналитической геометрии. Прямая на плоскости. Уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении. Уравнение прямой с нормальным вектором и точкой. Общее уравнение прямой на плоскости и его частные случаи. Уравнение прямой с угловым коэффициентом и начальной ординатой. Геометрический смысл коэффициентов. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Угол между прямыми, условие параллельности и перпендикулярности

прямых.

8. Лекция №8. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола. Их канонические уравнения. Исследование формы кривых второго порядка по каноническим уравнениям. Построение кривых.
Поверхности и их уравнения. Поверхности второго порядка.
9. Лекция №9. Линии в пространстве. Прямая линия, общее уравнение прямой, каноническое, векторное и параметрическое. Взаимное расположение прямых и плоскостей. Условие параллельности и перпендикулярности прямой с плоскостью. Угол между прямой и плоскостью. Пересечение прямой с плоскостью.
10. Лекция №10. Понятие окрестности точки. Бесконечно малые функции и их свойства. Предел функции в точке и на бесконечности. Асимптотическое разложение функции, имеющей предел. Горизонтальная асимптота графика функции.
Основные теоремы о пределах: предел постоянной, предел суммы, произведения и частного двух функций. Предел сложной функции. Теоремы об ограниченности функции, имеющей предел, о сохранении знака функции и ее предела, о предельном переходе в неравенстве, о пределе сложной функции.
11. Лекция №11. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции и их свойства. Первый и второй замечательные пределы и следствия из них. Натуральные логарифмы. Таблица эквивалентных бесконечно малых. Односторонние пределы. Непрерывность функции в точке. Асимптотическое выражение для непрерывной функции в малой окрестности точки. Свойства функций, непрерывных в точке.
12. Лекция №12. Точки разрыва функции, их классификация. Непрерывность элементарных функций. Бесконечно большая функция в точке и на бесконечности. Теоремы о связи бесконечно большой и бесконечно малой функций. Вертикальная асимптота графика функции. Определение наклонной асимптоты графика функции, необходимое и достаточное условия их существования. Свойства функций непрерывных на отрезке.
13. Лекция № 13. Понятие производной. Условие существования производной. Геометрический и физический смысл производной. Правила дифференцирования. Производная обратной функции. Вывод формул производных основных элементарных функций. Логарифмическое дифференцирование.
14. Лекция № 14. Производные высших порядков. Дифференциал функции и его смысл. Выражение производных высших порядков через дифференциал. Приложение дифференциала к приближенным вычислениям. Дифференцирование функций заданных неявно и параметрически.
15. Лекция № 15. Теорема Ферма и ее геометрический смысл. Теорема Ролля и ее геометрический смысл. Теорема Коши и следствие из нее. Теорема Лагранжа и ее геометрический смысл. Формула конечных приращений. Правило Лопиталя. Раскрытие неопределенностей.
16. Лекция № 16. Возрастание и убывание функции на интервале. Достаточный признак возрастания и убывания функции. Точки экстремума. Необходимый признак существования экстремума. Первый и второй достаточные признаки существования экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
17. Лекция № 17. Выпуклость и вогнутость графика функции. Достаточный признак выпуклости или вогнутости графика функции. Точки перегиба. Асимптоты графика функции. Необходимый и достаточный признаки существования асимптот.
18. Лекция №18. Комплексные числа, арифметические действия над комплексными числами в алгебраической форме. Изображение комплексных чисел на плоскости (точечная и векторная интерпретация). Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме и их геометрическая интерпретация. Возведение

в степень.

Извлечение корня из комплексного числа в тригонометрической форме. Геометрический смысл операции извлечения корня. Показательная функция с комплексным показателем и ее свойства. Формула Эйлера. Показательная форма комплексного числа. Действия над комплексными числами в показательной форме. Основные функции комплексного переменного.

19. Лекция № 1. Функция двух и нескольких переменных. Естественная область определения. Геометрическое изображение функции двух переменных. Частные производные и дифференциалы. Дифференцируемость функции двух переменных. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости. Частные производные второго порядка. Дифференциал второго порядка.
20. Лекция № 2. Экстремум функции двух переменных. Необходимое условие существования экстремума и его геометрический смысл. Достаточные условия (без доказательства). Абсолютный экстремум, алгоритм его нахождения. Скалярное поле. Производная по направлению. Градиент.
21. Лекция № 3. Первообразная функции. Неопределенный интеграл и его свойства. Основные методы интегрирования: непосредственное, замена переменной, интегрирование по частям.
22. Лекция № 4. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование иррациональных функций. Интегрирование тригонометрических функций. Понятие о неберущихся интегралах.
23. Лекция № 5. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла по фигуре. Определенный интеграл по фигуре и его свойства. Геометрические и физические приложения. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной, интегрирование по частям. Приближенное вычисление определенного интеграла. Несобственные интегралы.
24. Лекция № 6. Двойной интеграл в декартовой и полярной системах координат. Понятие многомерного интеграла. Криволинейные интегралы 1 и 2 рода.
25. Лекция № 7. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Основные понятия. Теорема и задача Коши. Дифференциальные уравнения I порядка: с разделяющимися переменными, однородные, линейные, уравнения Бернулли. Дифференциальные уравнения II порядка, основные понятия. Теорема Коши. Начальные и краевые условия. Дифференциальные уравнения II порядка, допускающие понижение порядка. Понятие о дифференциальных уравнениях высших порядков.
26. Лекция № 8. Линейные однородные дифференциальные уравнения II порядка. Определитель Вронского. Линейная зависимость функций. Теорема о структуре общего решения. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Три случая корней характеристического уравнения.
Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка, теорема о структуре общего решения. Метод неопределенных коэффициентов решения линейного неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами. Метод вариации произвольной постоянной. Понятие о системах дифференциальных уравнений. Решение нормальных систем уравнений первого порядка методом исключения неизвестной.
27. Лекция № 1. Числовая последовательность и ее предел. Признак Вейерштрасса. Понятие числового ряда. Сходимость ряда. Сумма ряда. Ряд геометрической прогрессии. Свойства сходящихся рядов (без док-ва). Необходимый признак сходимости ряда.
28. Лекция № 2. Ряды с положительными членами. Достаточные признаки сходимости: признак сравнения, признак Даламбера, интегральный и радикальный признаки Коши

- (радикальный – без док-ва). Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Оценка остатка знакопеременного ряда. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно сходящихся рядов (без док-ва).
29. Лекция № 3. Функциональные ряды. Основные понятия. Степенные ряды. Конструкция области сходимости степенного ряда. Радиус сходимости. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов.
 30. Лекция № 4. Разложение функций в степенной ряд. Ряд Тейлора и Маклорена. Остаточный член формулы Тейлора и Маклорена. Необходимое и достаточное условие сходимости ряда Тейлора к порождающей его функции. Разложение функций $\sin x$, $\cos x$, $(1+x)^n$, $\ln(1+x)$ в ряд Маклорена. Применение степенных рядов к приближенным вычислениям: вычисление значения функции, определенного интеграла; решение дифференциальных уравнений.
 31. Лекция № 5. Постановка задачи, приводящая к понятию ряда Фурье. Ряд Фурье на $[-\pi, \pi]$. Теорема Дирихле (без доказательства). Ряд Фурье для четных и нечетных функций. Разложение в ряд Фурье функций с произвольным периодом. Разложение в ряд Фурье непериодических функций.
 32. Лекция №6. Комбинаторные объекты: размещения, перестановки, сочетания. Основные формулы. Простейшие свойства. Учет повторений. Правила суммы и произведения.
 33. Лекция №7. Предмет теории вероятностей. Классическое определение вероятности. Ее свойства. Понятие об аксиоматическом построении теории вероятностей. Статистическая и геометрическая вероятности.
 34. Лекция №8. Алгебра событий. Теорема сложения вероятностей, следствия. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей. Независимость событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
 35. Лекция №9. Последовательность независимых испытаний. Формула Бернулли. Предельные теоремы Муавра-Лапласа и Пуассона. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности. Наивероятнейшее число появлений события.
 36. Лекция №10. Дискретные случайные величины. Закон их распределения. Числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение. Их свойства. Типичные распределения: биномиальное, пуассоновское.
 37. Лекция №11. Функция распределения вероятностей и ее свойства. Пример нахождения функции распределения для дискретной случайной величины. Непрерывные случайные величины и функции их распределения. Плотность распределения вероятности и ее свойства. Числовые характеристики.
 38. Лекция №12. Типичные распределения: равномерное, показательное, нормальное. Свойства нормального распределения. Понятие о законе больших чисел и центральной предельной теореме.
 39. Лекция №13. Предмет и задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупность. Статистическое распределение. Вариационный ряд. Эмпирическая функция распределения. Полигон и гистограмма.
 40. Лекция №14. Точечные оценки и их свойства. Выборочная средняя и выборочная дисперсия как оценки соответствующих характеристик генеральной совокупности. Исправленная дисперсия. Метод моментов построения точечных оценок. Интервальные оценки. Построение доверительного интервала для математического ожидания нормального распределения.
 41. Лекция №15. Статистическая проверка гипотез. Основные понятия. Сравнение средних двух нормально распределенных генеральных совокупностей, дисперсии которых известны.
 42. Лекция №16. Проверка гипотезы о законе распределения генеральной совокупности. Критерий согласия. Критерий хи-квадрат Пирсона.

- 43. Лекция №17. Выборочное уравнение регрессии. Оценка выборочного коэффициента регрессии методом наименьших квадратов.
- 44. Лекция №18. Корреляция. Выборочный коэффициент корреляции. Теснота связи. Интервальная оценка и проверка значимости коэффициента корреляции.

Основными стратегическими образовательными технологиями являются: лекционные занятия, практические занятия, процедуры самообучения.

В рамках указанных технологий применяются тактические образовательные технологии: задания, информационные, классическая лекция.